МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

В.А. Андруник, В.А. Висоцька,
В.В. Пасічник, Л.Б. Чирун, Л.В. Чирун

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ В КОМП'ЮТЕРНИХ НАУКАХ

Том 1

Навчальний посібник

Серія “КОМП’ЮТИНГ”
за науковою редакцією д.т.н., професора,
Лауреата державної премії України у галузі науки та техніки
В.В. Пасічника

Львів – 2020
Видавництво «Новий Світ – 2000»

УДК 81:004.93

А–64

Рецензенти:

Гожий О.П. – доктор технічних наук, професор кафедри комп'ютерної інженерії Чорноморського національного університету імені Петра Могили;

Дияк І.І. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, декан факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка;

Дронюк І.М. – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри автоматизованих систем управління Національного університету «Львівська політехніка»;

Квєтний Р.Н. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки Вінницького національного технічного університету, член-кореспондент Національної академії педагогічних наук України;

Шаронова Н.В. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інтелектуальних комп'ютерних систем Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;

Гриф надано Науково-методичною радою
Національного університету «Львівська політехніка»
(Протокол № 28 від 27.04.2017р.)

Андруник В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В.

Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник – Львів: Видавництво «Новий світ – 2000», 2020. – 470 с.

Серія"КОМП'ЮТИНГ" за науковою редакцією д.т.н., професора,
Лауреата державної премії України у галузі науки та техніки
В.В. Пасічника

Навчальний посібник містить матеріал для вивчення основних теоретичних засад, функціональних можливостей та практичного застосування теорії чисельних методів, розроблення прикладних засобів та інформаційних систем аналізу та опрацювання інформації за допомогою чисельних методів. Теоретичний та практичний матеріал викладено у доступній формі. Викладення матеріалу супроводжується значною кількістю прикладів, що полегшує його сприйняття та засвоєння. Подається перелік питань та тестів для самоконтролю, а також завдання для самостійного виконання трьох рівнів складності та довідкова інформація для розв'язання задач. Навчальний посібник призначається для студентів, що навчаються за спеціальностями 122 «Комп'ютерні науки» та 124 «Системний аналіз» і споріднених спеціальностей, які пов'язані з вивченням чисельних методів в інформатиці та інформаційних технологій. Може бути використаний аспірантами в якості підгрунтя для наукових досліджень та викладачами в якості дидактичного матеріалу, а також для самостійного вивчення та підвищення кваліфікації. Книга призначена для спеціалістів із проектування, розроблення та впровадження інтелектуальних систем опрацювання інформаційних ресурсів, науковців у галузі глобальних інформаційних системи, систем штучного інтелекту, Інтернет-технологій, фахівців з електронної комерції, Інтернет-маркетингу та Інтернет-реклами, менеджерів комплексних Web-проектів, а також для здобувачів 3-ого (освітньо-наукового) рівня вищої освіти в галузі знань 12 «Інформаційні технології».

ISBN 978–617–7519–06–4

© Андруник В.А, Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В., 2020
© ФОП Піча С.В., «Новий світ – 2000», 2020

Зміст

Передмова наукового редактора серії підручників та навчальних посібників «КОМП'ЮТИНҐ» 9
Вступне слово авторів 13
Розділ 1. Математичне моделювання 17
1.1. Чисельні методи та використання персонального комп'ютера для розв'язування прикладних задач 19
1.1.1. Наближений аналіз. Джерела та класифікація похибок 21
1.2. Обчислювальна задача 23
1.2.1. Аналіз постановки задачі 23
1.2.2. Приклади постановки задачі обчислення 24
1.3. Чисельне розв'язування коректних задач. Структура похибки розв'язку 26
1.3.1. Обчислювальна задача. Похибки 26
1.3.2. Похибка заокруглення 27
1.3.3. Похибка функції 30
1.4. Контрольні питання 32
1.5. Задачі для самостійної роботи 32

Розділ 2. Елементи теорії похибок 33
2.1. Абсолютна та відносна похибки 34
2.1.1. Постановка задачі знаходження похибок 34
2.1.2. Приклади знаходження абсолютної та відносної похибок 36
2.2. Пряма задача теорії похибок 38
2.2.1. Аналіз постановки задачі 38
2.2.2. Приклади постановки прямої задачі теорії похибок 40
2.3. Обернена задача теорії похибок 42
2.3.1. Аналіз постановки оберненої задачі теорії похибок 42
2.3.2. Приклади постановки оберненої задачі теорії похибок 43
2.4. Контрольні питання 44
2.5. Задачі для самостійної роботи 44

Розділ 3. Методи розв'язування лінійних алгебраїчних рівнянь 47
3.1. Чисельне розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь 49
3.2. Основні поняття та класифікація систем лінійних алгебраїчних рівнянь 49
3.3. Основні поняття та особливості матриць 51
3.3.1. Операції над матрицями 52
3.3.2. Квадратна матриця й суміжні визначення 53
3.3.3. Властивості матриць 54
3.3.4. Обчислення оберненої матриці 54
3.4. Метод Крамера 57
3.4.1. Аналіз постановки задачі 57
3.4.2. Приклади розв'язування системи за формулами Крамера 58
3.5. Метод оберненої матриці 64
3.6. Особливості методу Гауса 69
3.6.1. Аналіз постановки задачі для методу Гауса 70
3.6.2. Метод Гауса (метод заміни змінних) 72

3.6.3. Частковий випадок застосування методу Гауса з послідовним виключенням невідомих ... 74
3.6.4. Метод Гауса за схемою Халецького (метод LU факторизації) ... 78
3.6.5. Метод Гауса з вибором головного елемента ... 81
3.6.6. Метод Гауса з одиничними коефіцієнтами ... 82
3.6.7. Метод Гауса-Жордана ... 84
3.6.8. Приклади розв'язування системи методом Гауса ... 86
3.6.9. Несумісні системи. Системи із загальним розв'язком. Часткові розв'язки ... 98
3.6.10. Способи знаходження оберненої матриці ... 111
3.6.11. Застосування методу Гауса до обчислення визначника ... 115
3.6.12. Застосування методу Гауса до інверсії матриці ... 117
3.7. Метод простої ітерації ... 125
3.7.1. Аналіз постановки задачі ... 125
3.7.2. Приклади розв'язування системи методом простої ітерації ... 127
3.8. Метод Гауса-Зейделя (метод поліпшеної ітерації) ... 129
3.8.1. Аналіз постановки задачі ... 129
3.8.2. Приклади розв'язування системи методом Зейделя ... 130
3.9. Особливості трьохдіагональної матриці ... 131
3.9.1. Обчислення детермінанту трьохдіагональної матриці ... 131
3.9.2. Метод прогонки для розв'язування трьохдіагональних систем лінійних рівнянь ... 133
3.10. Аналіз числових методів розв'язування СЛАР ... 134
3.10.1. Загальна характеристика методів розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь ... 134
3.10.2. Збіжність метричної геометричної прогресії ... 135
3.10.3. Збіжність методу простої ітерації ... 139
3.10.4. Збіжність методу Зейделя розв'язування СЛАР ... 141
3.10.5. Збіжність метода Зейделя за елементами матриці ... 145
3.11. Методи розв'язування повної проблеми власних значень і власних векторів ... 147
3.11.1. Наближене знаходження власних значень матриці ... 147
3.11.2. Ідея методу Данилевського ... 149
3.11.3. Обчислення власних векторів методом Данилевського ... 152
3.11.4. Метод невизначених коефіцієнтів ... 153
3.11.5. Загальна постановка задачі методів розв'язування повної проблеми власних значень і власних векторів ... 155
3.11.6. Метод невизначених коефіцієнтів розв'язування повної проблеми власних значень і власних векторів ... 156
3.11.7. Метод інтерполювання розв'язування повної проблеми власних значень ... 157
3.12. Приклади розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь ... 158
3.13. Контрольні питання ... 164
3.14. Задачі для самостійної роботи ... 164
3.15. Завдання до лабораторної роботи ... 167

Розділ 4. Розв'язування нелінійних рівнянь ... 170
4.1. Загальна постановка задачі ... 172
4.2. Методи розв'язування нелінійних рівнянь ... 174
4.3. Розв'язування функціональних рівнянь з однією змінною ... 180
4.3.1. Початковий етап: відокремлення коренів ... 182

4.3.2. Відокремлення кореня трансцендентного рівняння ... 183
4.3.3. Відокремлення дійсних коренів алгебраїчного рівняння ... 186
4.3.4. Теореми про число коренів ... 189
4.3.5.Другий етап: уточнення коренів ... 190
4.4. Ітераційні методи уточнення коренів скалярних нелінійних рівнянь ... 190
4.4.1. Ідея ітераційних методів ... 190
4.4.2. Застосування принципу стислих відображень до дослідження ітераційних процесів ... 191
4.4.3. Поняття порядку ітерації ... 194
4.5. Метод ділення проміжку навпіл (метод дихотомії, Мюллера) ... 195
4.5.1. Аналіз постановки задачі ... 195
4.5.2. Геометрична інтерпретація методу ... 196
4.5.3. Обчислення похибки ... 197
4.6. Метод хорд ... 197
4.6.1. Аналіз постановки задачі ... 197
4.6.2. Геометрична інтерпретація методу ... 199
4.6.3. Обчислення похибки ... 200
4.7. Метод Ньютона (метод дотичних) ... 201
4.7.1. Аналіз постановки задачі ... 201
4.7.2. Геометрична інтерпретація методу ... 201
4.7.3. Обчислення похибки ... 203
4.7.4. Інтерпретація методу дотичних через ітераційний процес ... 204
4.7.5. Модифікований метод Ньютона ... 206
4.8. Комбінований метод хорд і дотичних ... 206
4.8.1. Аналіз постановки задачі ... 206
4.8.2. Геометрична інтерпретація методу ... 207
4.8.3. Обчислення похибки ... 208
4.9. Метод січних ... 208
4.9.1. Аналіз постановки задачі ... 208
4.9.2. Геометрична інтерпретація методу ... 208
4.9.3. Обчислення похибки ... 209
4.9.4. Інтерпретація методу січних через ітераційний процес ... 209
4.10. Метод простої ітерацій або метод послідовних наближень ... 212
4.10.1. Аналіз постановки задачі ... 212
4.10.2. Геометрична інтерпретація методу простої ітерації ... 213
4.10.3. Обчислення похибки ... 214
4.10.4. Вплив обчислювальної похибки на збіжність ітераційного процесу ... 216
4.11. Метод релаксації ... 218
4.11.1. Аналіз постановки задачі ... 218
4.11.2. Геометрична інтерпретація методу ... 220
4.11.3. Обчислення похибки ... 220
4.12. Метод парабол (метод Д. Мюллера) знаходження коренів многочлена з комплексними коефіцієнтами ... 221
4.12.1. Аналіз постановки задачі ... 221
4.12.2. Обчислення похибки ... 226
4.13. Розв’язування систем нелінійних рівнянь ... 227
4.14. Приклади розв’язування нелінійних рівнянь ... 230
4.15. Контрольні питання ... 233
4.16. Задачі для самостійної роботи ... 233

4.17. Завдання до лабораторної роботи 235

Розділ 5. Задача інтерполяції та наближення функцій 238
5.1. Основи теорії інтерполювання та числового диференціювання 239
5.1.1. Загальна постановка задачі інтерполювання 239
5.1.2. Загальна задача лінійного інтерполювання 240
5.1.3. Постановка задачі інтерполяції функції однієї дійсної змінної 242
5.1.4. Поліноміальна інтерполяція. Існування та одиничність інтерполяційного полінома 243
5.1.5. Типи інтерполювання 244
5.2. Інтерполяційний поліном Лагранжа 254
5.2.1. Аналіз загальної постановки задачі 254
5.2.2. Інтерполяційна формула Лагранжа. Частковий випадок 255
5.2.3. Побудова інтерполяційного многочлена Лагранжа 257
5.2.4. Інтерполяційний многочлен Лагранжа з рівновіддаленими вузлами 260
5.2.5. Інтерполяційна схема О. Ейткена 261
5.2.6. Похибка інтерполювання для інтерполяційного многочлена Лагранжа 265
5.3. Вибір вузлів інтерполювання 267
5.3.1. Многочлени Чебишева. Властивості 267
5.3.2. Вибір вузлів інтерполювання 268
5.3.3. Поведінка похибки на інтервалі інтерполювання 270
5.4. Інтерполяційний поліном Ньютона 271
5.4.1. Аналіз загальної постановки задачі 271
5.4.2. Інтерполяційний многочлен Ньютона 274
5.4.3. Поділені різниці та їх властивості 275
5.4.4. Інтерполяційна формула Ньютона за поділеними різницями та нерівновіддаленими вузлами 277
5.4.5. Скінченні різниці та їх властивості 280
5.4.6. Формула Ньютона вперед і назад за скінченними різницями 283
5.5. Числове диференціювання 285
5.5.1. Числове диференціювання для нерівновіддалених вузлів 285
5.5.2. Формули числового диференціювання для рівновіддалених вузлів 286
5.5.3. Формули числового диференціювання методом невизначених коефіцієнтів 287
5.6. Раціональна інтерполяція 288
5.7. Інтерполювання функцій комплексної змінної 289
5.8. Інтерполювання функцій багатьох змінних 290
5.8.1. Труднощі інтерполювання функцій багатьох змінних 290
5.8.2. Побудова інтерполяційних формул за поділеними різницями 291
5.9. Збіжність інтерполяційного процесу 292
5.10. Інтерполювання сплайнами 295
5.11. Приклади розв'язку задачі інтерполяції функції 297
5.12. Контрольні питання 302
5.13. Задачі для самостійної роботи 303
5.14. Завдання до лабораторної роботи 305

Розділ 6. Основні відомості про методи наближення 307
6.1. Основні відомості про методи наближення 310
6.2. Формулювання задачі наближення функцій 312
6.3. Апроксимація методом найменших квадратів 315

6.4. Поняття сплайн-апроксимації ... 321
6.4.1. Аналітичне подання сплайнів ... 321
6.4.2. Апроксимація кубічними сплайнами ... 324
6.5. Розв'язування задач рівномірного сплайн-наближення ... 331
6.5.1. Означення та властивості рівномірного сплайн-наближення ... 331
6.5.2. Однорідне сплайн-наближення з заданою похибкою ... 332
6.5.3. Побудова неоднорідне сплайн-наближення ... 334
6.6. Методи обчислення рівномірного (мінімаксного) наближення функцій ... 335
6.6.1. Загальна постановка задачі найкращого мінімаксного наближення функцій ... 335
6.6.2. Апроксимаційні залежності ... 337
6.6.3. Доведення про найкраще рівномірне наближення функцій ... 341
6.7. Метод Є.Я.Ремеза ... 343
6.7.1. Загальна постановка задачі схеми Є.Я.Ремеза ... 343
6.7.2.Мінімакс. Визначення параметрів мінімаксимальної моделі за алгоритмом Є.Я.Ремеза ... 346
6.8. Метод Валле-Пуссена ... 349
6.8.1. Загальна постановка задачі ... 349
6.8.2. Алгоритм Валле-Пуссена ... 350
6.9. Застосування методу найменших квадратів багатовимірного регресійного аналізу в економіці ... 351
6.9.1. Загальна постановка задачі ... 351
6.9.2. Знаходження параметрів лінійного множинного рівняння регресії методом найменших квадратів ... 354
6.9.3. Стандартна похибка оцінки за рівнянням ... 361
6.9.4. Коефіцієнт детермінації й кореляції ... 362
6.9.5. Вибіркова похибка коефіцієнта множинної регресії ... 364
6.9.6. Вибіркова похибка множинної регресії ... 365
6.9.7. Похибка індивідуальної оцінки множинної регресії ... 367
6.9.8. Вибіркова похибка коефіцієнта множинної кореляції ... 369
6.9.9. Часткова регресія та кореляція ... 370
6.9.10. Приклад розрахунку потреб ринку на основі множинних рівнянь регресії ... 373
6.9.11. Приклад розрахунку потреб ринку на основі економічної оцінки ... 378
6.9.12. Приклад дослідження на основі багатовимірного регресійного аналізу ... 380
6.10. Контрольні питання ... 384
6.11. Задачі для самостійної роботи ... 385
6.12. Завдання до лабораторної роботи ... 387

Розділ 7. Чисельне інтегрування ... 390
7.1. Постановка задачі чисельного інтегрування ... 391
7.2. Особливості чисельного інтегрування функцій ... 392
7.3. Формула прямокутників. Графічна інтерпретація ... 394
7.4. Формула трапецій ... 395
7.4.1. Постановка задачі ... 395
7.4.2. Графічна інтерптетація ... 396
7.5. Формула Сімпсона (парабол) ... 398
7.5.1. Постановка задачі ... 398
7.5.2. Графічна інтерптетація ... 399

7.6. Економічний алгоритм реалізації принципу подвійного перерахунку
та автоматичний вибір кроку інтегрування ... 402
7.7. Наближене обчислення багатократних інтегралів ... 403
7.8. Метод комірок ... 404
7.9. Послідовне інтегрування ... 407
7.10. Кубатурна формула типу Сімпсона ... 409
7.11. Методи числового інтегрування ... 414
7.11.1. Задача обчислення визначеного інтеграла ... 414
7.11.2. Три підходи квадратурної формули ... 415
7.11.3. Інтерполяційні квадратурні формули Ньютона-Котеса ... 416
7.11.4. Частинні випадки інтерполяційних формул Ньютона-Котеса ... 419
7.12. Квадратурні формули Гаусса найкращого степеня точності ... 425
7.12.1. Ідея побудови квадратурних формул Гаусса ... 425
7.12.2. Метод Гаусса знаходження вузлів КФ ... 426
7.12.3. Метод Гаусса вибору коефіцієнтів ... 428
7.12.4. Застосування формули Гаусса ... 430
7.13. Квадратні формули чисельного інтегрування Чебишова ... 432
7.13.1. Постановка задачі ... 432
7.13.2. Метод Чебишова знаходження вузлів КФ ... 433
7.13.3. Побудова квадратурних формул Чебишова ... 434
7.14. Збіжність квадратних формул ... 436
7.15. Числові методи обчислення кратних інтегралів ... 440
7.15.1. Методи повторного інтегрування для двократного інтегрування ... 440
7.15.2. Метод заміни підінтегральної функції інтерполяційним многочленом ... 442
7.16. Контрольні питання ... 444
7.17. Задачі для самостійної роботи ... 445
7.18. Завдання до лабораторної роботи ... 446
7.19. Варіанти завдання (рівняння для розв’язування) ... 447

Література ... 449

Передмова наукового редактора серії підручників та навчальних посібників «КОМП'ЮТИНҐ»

Шановний Читачу!

Розпочинаючи роботу над вступною статтею до другої черги крупного ініціативного освітньо-наукового проекту щодо видання серії україномовних посібників, підручників та монографій, які виходять у світ під узагальненим гаслом «COMPUTING», число книг якої вже перекрочило чотири десятки найменувань хочу щиро подякувати Тобі Вельмишановний Читачу, авторам, видавцю, фінансовим меценатам та спонсорам, котрі в результаті творчої, синергетичної взаємодії забезпечили успішність цього унікального вітчизняного інноваційного проекту.

Пройшло майже десятиліття як у 2008-му році до друку було подано рукопис видання першого підручника серії «КОМП'ЮТИНГ» - «Сховища даних» за авторством професорів Н.Б. Шаховської та В.В. Пасічника. Нині, наприкінці 2017 року завершився перший етап проекту, світ побачили понад чотири десятки найменувань навчальних посібників, підручників та наукових монографій, що загалом стало не пересічною подією в українському освітньому, науковому та професійно-бізнесовому ІТ середовищі.

Нині можна впевнено стверджувати, що започаткований не чисельною групою ініціативних високо фахових викладачів та науковців кафедри інформаційних систем та мереж Львівської політехніки проект серії україномовних посібників, підручників та наукових монографій, об'єднаних проблематикою комп'ютингу – успішно реалізований.

Автори та видавці «видали на гора» перших декілька десятків оригінальних україномовних видань, а це Вельмишановний Читачу в наш час, зовсім не мало.

Започаткування наступного (другого) етапу реалізації видавничого освітньо-наукового проекту співпадає з імплементацією сутнісних змін в системі середньої та вищої освіти України загалом і її інформаційно-технологічного сектору зокрема.

В українській середній школі реалізовується амбітний проект «Нова українська школа». Ми стаємо учасниками процесів запровадження викладання у школі предмету «Інформатика», починаючи з другого класу і вихід на профільну інформатично-технологічну освіту в старшій школі (10-12 –ий класи.

При цьому ми уважно відслідковуємо базові тенденції розвитку шкільної інфоматичної освіти у світовому вимірі. У цьому контексті не можемо обійти увагою роботу групи освітян в рамках зазначеного проекту з розроблення системи сучасних вітчизняних шкільних освітніх стандартів з інформатики. Проект реалізовувався у 2016- 2017 роках на замовлення МОН України. Не буде зайвим навести ряд відомостей щодо зарубіжного досвіду запровадження шкільних освітніх стандартів з інформатики, які подані у підготовленому у вересні 2017 р. Оксаною Володимирівною Пасічник підсумковому аналітичному матеріалі.

«Шкільний предмет інформатика у різних країнах має як різне змістове наповнення, так і різне місце у навчальних планах та стандартах. Це пов'язано із динамічною історією викладання інформатики, а також зі змінами, які спостерігаються останніми роками. На початку впровадження цього навчального предмету в освітніх системах різних країн наприкінці 1980-х років, основна увага приділялась алгоритмічному мисленню та розвитку вмінь складати програми. З середини 1990х до початку 2000х років відбувалось зміщення у напрямку вивчення прикладних програм та опанування курсу інформаційних та комунікаційних технологій. У зв'язку з тим, що зазначені технології набували все більшого поширення та ставали інтуїтивно зрозумілішими, вивчення окремого предмету в школі втрачало актуальність, тож на початок 2010-х, в освітніх системах багатьох країн цей предмет був відсутнім, інтегрованим, або викладався факультативно.

Водночас, у переліку ключових компетентностей переваж-ної більшості національних стандартів шкільної освіти присутня цифрова грамотність чи ІКТ-компетентність, як наскрізне вміння користуватися цифровими технологіями. Все очевиднішою стає необхідність вивчення не стільки конкретних програмних засобів чи технологій, як принципів їх функціонування та вміння створювати власне цифрове середовище, в тому числі програмуючи його під свої потреби.

За результатами дослідження, проведеного Вугт та Брумельгуса, інтеграція інформаційної грамотності в інші предмети в Нідерландах призвела до зникнення предмету на початку 2000х років, а

у 2013 році знову почало розглядатись питання щодо повернення предмету в шкільні програми, надаючи йому оновленого змісту та ролі.

Слід зауважити, що у контексті шкільного предмету, інформатика у різних системах освіти також зустрічається під назвами ІКТ (інформаційні та комунікаційні технології у Чехії, Таїланді, Ісландії), комп'ютерні науки (США, Канада, програма міжнародного бакалаврату International Baccalaureate) та комп'ютинг (Великобританія, Сингапур). У деяких країнах виділяється окремий предмет під назвою програмування або кодування (Бельгія, Данія, Естонія, Іспанія, Фінляндія, Угорщина, Нідерланди, Норвегія, Польща, Португалія, Словаччина). У ряді країн також використовуються такі терміни, як алгоритмічні застосунки (Греція), алгоритмічне розв'язування задач (Словаччина), розроблення алгоритмів та моделей даних (Угорщина), алгоритми та робототехніка (Tecnología, Programación y Robótica, Іспанія), інформатика та цифрові науки (Informatique et sciences du numérique, Франція). В Австралії та Новій Зеландії предмет запроваджується із назвою цифрові технології.

До прикладу, в Хорватії предметна галузь об'єднана із технологіями під загальною назвою технології та інформатика, в межах якої виділяється 4 складові: технічна творчість, світ техніки, інформаційні та комунікаційні технології та комп'ютерне розв'язування задач, а у Словаччині та Болгарії цей предмет об'єднано в одну групу із математикою. У Швейцарії інтегрований модуль має назву медіа та інформатика.

У національному звіті Королівської академії інженерії "Шлях інформатики у школах Великобританії: вимкнути чи перезавантажити?" окремою рекомендацією є уникнення використання терміну ІКТ (ICT), і розділення предметної області на такі аспекти, як цифрова грамотність (Digital Literacy), інформаційні технології (Information Technology) та інформатика (Computer Science). Наводиться цікава аналогія вивчення інформатики з мовною освітою, у якій можна виділити читання та письмо (базова грамотність), вивчення мови (принципи функціонування) та літератури (приклади застосування).

Також хотілося би згадати термін, для якого, на жаль, наразі не вдається знайти україномовний відповідник – це computational thinking: розв'язання задач, проектування систем та розуміння людської поведінки, виходячи з базових понять інформатики. Вперше цей термін використав Сеймур Пеперт (математик, інформатик, педагог) ще у 1996 році, але актуалізація його дослідження та використання відбулася після виходу у світ статті Джанет Вінг у 2006.

Описове визначення та пояснення цього терміну виглядає так: процеси мислення, пов'язані з формулюванням проблеми та представленням її вирішення у такий спосіб, щоб його можна було реалізувати за допомогою комп'ютера.

Це поняття інкапсулює алгоритмічне мислення, декомпозицію, виявлення шаблонів та абстракцію. Декомпози-цією є вміння розкладати задачу на складові елементи, оперуючи якими можна чітко пояснити процес виконавцеві, або записати його для власного подальшого використання. Виявлення шаблонів передбачає вміння знаходити тенденції, схожі елементи або відмінності, котрі дозволять робити прогнози. Узагальнення шаблонів та абстрагування означає вміння відкидати відомості, які не є значущими для розв'язання певної задачі, а також підсумовувати необхідну інформацію. Розроблення алгоритму є вмінням створювати покрокову стратегію для розв'язання задачі.

Часто до цих основних елементів додають такі характеристики, як творчість, експериментування, відлагодження, наполегливість та співпраця. Таке складене синтетичне означення обчислювального мислення виходить на ключову позицію при визначенні цілей вивчення предмету інформатики в освітніх системах різних країн.

У сучасному інформаційному суспільстві цифрова компетентність не обмежується базовими навичками роботи з типовими програмами, а проникнення інформаційних, комунікаційних та цифрових технологій у всі сфери діяльності людини означає, що розуміння принципів функціонування комп'ютерних систем та програм є основоположною складовою грамотності у 21 столітті. Це, а також прогнозований дефіцит IT-фахівців, який оцінюється у 756 тисяч осіб до 2020 року, спричинили до того, що зміст, роль та місце предмету інформатика, нині активно трансформується, і це відображається у відповідних стандартах освіти.

Зокрема, у 2010 було розпочато європейську кампанію з реалізації маніфесту е-навичок, одним із кроків якої є курикулярна реформа, що полягає в інтегруванні програмування у шкільні програми в 15 країнах, оновленні програм з інформатики, розробці стратегій оцифрування процесів

функціонування шкіл, впровадженні у навчальні програми питань ІТ-безпеки та авторського права, тіснішій співпраці з професійною спільнотою.

Навесні 2009 року університет Альберти (Канада) додав інформатику як один з вибіркових вступних предметів, цей крок підтримали ряд університетів: Калгарі, Летбриджа, МакЮен. Це спричинило підвищення інтересу до предмету інформатики, як вибіркового на шкільному рівні.

З 2013 року відзначається європейський тиждень кодування, набула значного розмаху глобальна акція Години коду на основі ініціативи Code.Org, яка має на меті популяризацію інформатики у середніх школах.

Відповідно до даних звіту «Обчислювальне майбутнє. Комп'ютерне програмування та кодування – пріоритети, навчальні програми та Європейські ініціативи», що оновлений наприкінці 2015 року на основі опитувань 21 міністерства освіти європейських країн, у 16 країнах інформатика та кодування включені у навчальні стандарти на національному, регіональному чи локальному рівні. Спостерігається тенденція до виділення окремого предмету (якщо його не було раніше) та його вивчення на раніших освітніх етапах (в тому числі у початковій школі). При цьому 12 країн виділяють окремий предмет кодування/комп'ютингу на регіональному чи шкільному рівні, 13 країн інтегрують кодування у загальний курс інформаційних та комунікаційних технологій.

Сталий досвід присутності окремого інформативного предмету в навчальних планах з кінця 1980-х років мають такі країни, як Україна, Ізраїль, Польща, Литва, Словаччина, Кіпр. У школах багатьох країн протягом тривалого часу інформатика або не викладалась взагалі, або мала вигляд вибіркового предмету, спрямованого на оволодіння базовими інформаційними та комунікаційними технологіями. У деяких країнах паралельно існувала можливість обрати поглиблений курс програмування.

Підсумовуючи аналітичне опрацювання широкого спектру матеріалів національних стандартів шкільної освіти щодо стану та перспектив вивчення предмету інформатики можна сформулювати наступні висновки.

- Залежно від особливостей національних систем шкільної освіти, предмет може бути окремим чи інтегрованим, обов'язковим або вибірковим, імовірно з різною реалізацією цієї варіативності на різних рівнях освіти.
- У більшості країн, які оновлювали стандарти освіти останніми роками, спостерігаємо зміщення від суто прикладних вмінь використовувати програмні засоби до глибшого розуміння принципів роботи та розробки програм та систем.
- Робиться важливий наголос на відповідальне та безпечне використання інформаційних технологій, а також розуміння потенційних переваг та ризиків їх поширення та використання з різними цілями.

Випускник школи XXI століття повинен бути компетентним учасником інформаційного суспільства, усвідомлюючи його особливості, принципи функціонування, переваги та ризики швидкозмінних інформаційних технологій, а також вміти творчо розв'язувати проблемні ситуації за допомогою цифрових пристроїв та програм».

Наша увага як ініціаторів видавничого освітньо-наукового проекту до шкільної складової у системі цифрової грамотності членів сучасного інформаційного суспільства є цілком закономірною. Адже, шкільна освіта закладає фундамент як для здобуття вищої освіти, так і загалом подальшого суспільного буття.

В умовах становлення та стрімкого розвитку суспільства знань і цифрових навичок невідворотною є якісна зміна підходів до визначення змісту вищої освіти, методів і форм оцінювання якості підготовки фахівців, набуття кваліфікації, яка відповідала б вимогам стейкхолдерів. Основне протиріччя сучасної системи освіти слід трактувати як протиріччя між високими темпами приросту обсягів знань і обмеженими можливостями їх сприйняття та засвоєння особою, членом цього ж суспільства знань. Це протиріччя невідворотно примушує як теоретиків, так і педагогів-практиків відмовитися від ідеального образу усебічно розвиненої особистості і перейти до нового ідеального образу особи з максимально розвинутими здібностями, яка вдосконалюється шляхом саморегуляції та самоосвіти впродовж всього життя. Інтеграція вищої освіти України у світову освітню систему є об'єктивним процесом, який сутнісно трансформує національну систему вищої освіти, ключовими складовими якої стають освітні програми та комплекси відповідних ступеневих компетентностей. Компетентнісний підхід до побудови освітніх програм у вищій школі, що реалізується в Україні відповідно до стратегії

реформування національного освітнього простору складає основу студентоцентрованого навчання, базовим і системо твірним елементом якого є студент, слухач, учень, що прагнуть набути нових знань, умінь та навичок.

Інформатична освіта університетського рівня в цьому контексті не є виключенням. Саме таку парадигму ми прагнемо реалізувати в рамках другого етапу проекту видання книг освітньо-наукової серії КОМП'ЮТИНГ.

У вищій школі України з 2016 року імплементується нова номенклатура галузей знань та спеціальностей. В контексті на-ших професійних інтересів мова йде про галузь знань 12- «Інформаційні Технології» з шістьма спеціальностями: 121- програмна інженерія; 122 – комп'ютерні науки; 123 – комп'ютерна інже-нерія; 124 – системний аналіз; 125 – кібербезпека; 126 – інфор-маційні системи та технології.

Часовий відтинок, що пройшов з моменту виходу у світ першої книги освітньо-наукової серії КОМП'ЮТИНГ характеризується бурхливими процесами становлення, формування та стрімкого зростання інформаційного суспільства у всіх без винятку напрямах, профілях та аспектах. Не є виключенням в цьому потоці і освітня галузь, у якій відбувається активний пошук нових парадигм, концепцій, підходів. Якщо наприкінці 2010 року в україномовній «освітній» літературі та «наукових» публікаціях набув популярності феномен ІКТ (англ. ICT), який не зовсім коректно був привнесений в україномовне термінологічне середовище як інформаційно-комунікаційні технології замість оригінального подання, яке слід перекладати як «інформаційні та комунікаційні технології» (див. першоджерело, в якому вперше використано концепт), то для кінця 2017 року характерною ознакою та особливістю європейського освітнього простору є нове «народження» та запровадження до освітніх стандартів різних освітніх та освітньо-кваліфікаційних рівнів галузі комп'ютингу термінологічного концепту TIC (англ.IST), який трактується як технології інформаційного суспільства (information societies technology).

Навіть перший побіжний погляд на здавалося б незначні «косметичні» уточнення трактування понять та концептів наштовхує на думку щодо їх глибинної тектонічної природи та сутнісних методологічних змін, які за цим невідворотно послідують. Зверну увагу Шановного Читача на принципову інноваційну ознаку концепту TIC (англ. IST), в якому інформаційні технології переводяться до розряду загальнолюдських та загально цивілізаційних. Пророче бачення видатного українського вченого В.І. Вернадського щодо високотехнологічного підґрунтя ноосферного шару сучасного світу знаходять своє методологічне, наукове та виробничо-технологічне втілення.

Основним завданням, яке ставиться перед виданнями освітньо-наукової серії КОМП'ЮТИНГ на другому (нинішньому) етапі її розгортання, є якомога повніше, змістовніше та яскравіше подання нашої професійної галузі КОМП'ЮТИНГу в трактуванні ТЕХНОЛОГІЙ ІНФОРМА-ЦІЙНОГО СУСПІЛЬСТВА, розуміючи, що такими технологіями у сучасному світі є саме комп'ютерні інформаційні технології. Цей процес цілком відповідає нинішньому тренду, який фіксується появою таких інформаційно-технологічних інновацій, якими є хмарні обчислення (Cloud Computing), інтернет речей (IoT), розумні міста (SC), розумні регіони (SR), системи штучного інтелекту, технології кібербезпеки та великих за обсягом даних (Big Data), а також нового освітньо-наукового напрямку «Науки про дані» (Data Science), який покликаний опікатися дослідженням процесів аналізу даних та знань.

Нове «дихання», яке отримує ініційований групою небайдужих ІТ фахівців, - освітян, бізнесменів, науковців видав-ничий проект серії КОМП'ЮТИНГ має надійне творче підґрунтя та добру верифіковану часом традицію. Бажаю Тобі Шановний Читачу ще тривалий час мати потребу та можливість успішно розвиватись в галузі КОМП'ЮТИНГу, активно опрацьовуючи все нові і нові видання цієї без перебільшення унікальної освітньо-наукової серії.

З глибокою повагою, д.т.н., професор
Володимир Пасічник

Вступне слово авторів

Чисельні методи – методи наближеного або точного розв'язування задач прикладної математики, які грунтуються на побудові послідовності дій над скінченною множиною чисел [76-79, 200-209, 211]. Згідно основних вимог чисельні методи мають бути стійкими та збіжними [106-107, 110]. Чисельні методи називають збіжними, якщо результати прямують до точного розв'язання задачі при прямуванні параметрів чисельних методів до певних граничних значень [113, 121-124]. Основне питання теорії чисельних методів: отримання чисельних методів, які задовольняють вимоги високої точності, стійкості та економічності. Отримання чисельних методів, що задовольняють цим вимогам, є складною задачею оптимізації чисельних методів [116-134, 137]. Статистичне опрацювання експериментальних даних зазвичай грунтується на граничних теоремах теорії ймовірностей та обчисленні порівняльних оцінок [88, 92-93, 108-109, 113-114, 140-151, 184-185]. Однак, для підвищення якості оцінок необхідна велика кількість даних, об'єм обчислень може виявитися дуже великим [160-164]. Чисельні методи націлені на скорочення об'єму обчислень при збереженні якості результатів. До найбільш ефективних чисельних методів в цій галузі відносяться методи, які застосовують швидке перетворення Фур'є. Для розв'язання задач апроксимації та обчислення функцій різних класів застосовують чисельні методи інтерполювання, найменших квадратів, ортогоналізації, врівноваження значень, умовної мінімізації тощо [135-136, 168-176]. Найбільш актуальними є методи кусково-многочленної та раціональної сплайнової апроксимації, а також адаптивної апроксимації та нелінійної за параметром апроксимації [64-65, 71-80, 152-159, 177-182, 210, 212, 220-230].

Чисельне інтегрування та диференціювання починається із визначення відповідних операцій. Однак, з урахуванням необхідності економії об'єму обчислень та з урахуванням некоректності задачі диференціювання з'являється велика кількість чисельних методів для різних класів функцій та різного роду вихідних даних.

Основою чисельних методів розв'язування багатьох класів рівнянь є дискретизація задачі з наступним зведенням отриманих нелінійних рівнянь до послідовності систем алгебраїчних рівнянь. У зв'язку з цим чисельні методи можна поділити за способом дискретизації на проекційні, скінченно-різницеві та проекційно-різницеві, а за способом розв'язування лінійної системи – на прямі методи, ітераційні методи та комбіновані.

Розв'язання різних класів рівнянь та багатьох інших задач зводиться до задач мінімізації функцій та функціоналів за наявності або відсутності обмежень. Чисельні методи розв'язання задач мінімізації випливають із методів швидкого спуску по поверхні (мінімізація функції мети), наприклад, методи швидкого спуску, градієнтного, загального градієнтного та найшвидшого спуску, методу можливих та спряжених напрямів тощо. Чисельні методи використовують в обчислювальній математиці для розв'язування відповідного типу задач. Обчислювальна математика – розділ математики, що включає коло питань, які пов'язані із виконанням обчислень і використанням комп'ютерів. Точніше обчислювальна математика – теорія чисельних методів розв'язування типових математичних задач. Класи задач чисельних методів та обчислювальної математики поділяють на:

1) розв'язування лінійних рівнянь;
2) знаходження власних значень та векторів матриці;
3) знаходження сингулярних значень і векторів матриці;
4) чисельне розв'язування нелінійних алгебраїчних рівнянь та їх систем;
5) чисельне розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь;
6) чисельне розв'язування диференціальних рівнянь та систем (як звичайних диференціальних рівнянь, так і рівнянь з частинними похідними);

7) чисельне розв’язування систем диференціальних рівнянь;
8) чисельне розв’язування інтегральних рівнянь;
9) задачі апроксимації функцій;
10) задачі інтерполяції функцій;
11) чисельне інтегрування та обчислення похідної;
12) задачі екстраполяції;
13) задачі оптимізації;
14) обернені задачі.

Основна відмінність обчислювальної математики полягає в тому, що при розв’язуванні обчислювальних задач людина оперує машинними числами, що є дискретною проекцією дійсних чисел на конкретну архітектуру комп’ютера. Тому важливу роль в обчислювальній математиці відіграють оцінки точності алгоритмів та їх стійкість до подання чисел у пам’яті комп’ютера. Наприклад, для розв’язування лінійної системи алгебричних рівнянь рідко використовують обчислення оберненої матриці, так як цей метод може привести до помилкового розв’язування у випадку зі сингулярною матрицею. А розповсюджений у лінійній алгебрі метод, який заснований на обчисленні визначника матриці та її доповнення, вимагає набагато більше арифметичних операцій, ніж будь-який стійкий метод розв’язування лінійної системи рівнянь. Чисельні методи називають стійкими, якщо результати неперервно залежать від вхідних даних задачі або якщо похибка округлення, що пов’язана з реалізацією чисельних методів на комп’ютері, залишається обмеженою при заданих межах зміни параметрів чисельних методів.

Чисельні методи поділяються на наступні класи задач.

1. Чисельні методи алгебри.
2. Чисельні методи аналізу.
3. Чисельні методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь.
4. Чисельні методи розв’язування диференціальних рівнянь з частинними похідними.
5. Чисельні методи математичної статистики.
6. Математичне програмування:

6.1. Методи оптимізації.

6.2. Дослідження операцій та теорія ігор.

Спочатку для розв’язування математичних задач існували та набули значного розвитку аналітичні методи, які реалізувати на комп’ютері не було можливості. А всі результати, які можна було отримати на комп’ютері, були числовими. З появою систем символьної математики (Eureka, Reduce, SciCalculator, MathCad, MatLab, Mathematica, Maple, Derive) стала можлива комп’ютерна реалізація символьних методів. Всі числові методи поділяються на 2 класи – аналітичні та чисельні. Як одні, так і другі поділяють на точні та наближені. Основну частину всіх обчислювальних методів складають наближені чисельні методи.

Досвід розв’язування науково-дослідних і прикладних задач показує, що незалежно від їхньої складності кінцевої мети досягають постановкою експерименту або методом математичного моделювання. Кожен з цих методів має переваги і недоліки. За допомогою експерименту розв’язують навіть дуже складні задачі, при цьому достовірність результатів тим вища, чим ретельніше відпрацьована методика експерименту. Водночас здобуті результати відносяться лише до умов проведення експерименту, внаслідок чого узагальнення результатів на інші умови є некоректним. Також враховують економічний важіль постановки складного експерименту. В цьому випадку кращі можливості має метод математичного моделювання за допомогою комп’ютера, коли аналізують не реальну задачу, а її модельне подання. Процес математичного моделювання подають у такій послідовності:

- фізична постановка задачі;

- математична постановка задачі;
- математичне дослідження задачі;
- аналіз та осмислення математичного розв'язку;
- порівняння розв'язку з експериментом.

Розглянемо докладніше математичну постановку і математичне дослідження задачі. Математична постановка полягає у формуванні математичної моделі досліджуваної задачі, яка звичайно є системою рівнянь математичної фізики (диференціальних, інтегральних, інтегрально-диференціальних).

Математичне дослідження задачі власне зводиться до розв'язування системи рівнянь і аналізу здобутих результатів. Для порівняно простих задач вдається розв'язати систему рівнянь і розв'язок подати у вигляді залежностей, які виражені через елементарні та інші відомі функції. Якщо це можливо, то говорять, що знайдено аналітичний (точний) розв'язок задачі. Однак переважна більшість практично важливих задач аналітичних розв'язків не має. До таких належать, наприклад, задачі будівництва: визначення напружено-деформованого стану пластин, плит, фундаментів; задачі стійкості, теплопровідності для твердих тіл; напрямленої дифузії тощо. У цих випадках використовують чисельні методи, які, оперуючи системою алгебраїчних рівнянь (аналогів рівнянь математичної фізики), дають можливість побудувати деяку послідовність арифметичних операцій, збільшення кількості яких до нескінченності дає точний розв'язок. Оскільки на практиці здійснюють скінченне число кроків (операцій), то знайдений розв'язок є наближеним. А через те, що обчислювальні операції виконують над числами, то відповідні методи дістали назву чисельних.

Найбільшого розвитку чисельні методи набули останнім часом завдяки застосуванню комп'ютерів, що мають високу швидкість обчислень і великий об'єм оперативної пам'яті. Проте основна роль при цьому відводиться, звичайно, людині, яка повинна вміти сформулювати і поставити задачу, описати її математичними залежностями (створити математичну модель об'єкта), скласти алгоритм розв'язування задачі на комп'ютері, написати програму на алгоритмічній мові, розв'язати задачу й оцінити результати. При оцінюванні результатів розрахунку поєднання чисельних методів та комп'ютера отримують оперативно ефективний результат, варіюючи найсуттєвіші параметри розрахункової схеми задачі з наступним чисельним аналізом впливу їх на кінцевий результат. Це чисельний експеримент, оскільки умови задачі можна змінювати багато разів [186-190]. Незважаючи на відмінності в методології, до чисельного експерименту щільно дотикають фізичний експеримент/дослідження, де необхідна оцінка достовірності здобутих результатів [191-198].

Математична модель об'єкта – це та сукупність рівнянь, за допомогою якої досліджують реальні фізичні об'єкти (процеси, явища). Математична модель не тотожна досліджуваному об'єкту, а є лише його наближеним описом, оскільки її будують з деякими спрощеннями та ідеалізацією [1-63, 66-70]. У моделі враховують найважливіші моменти і взаємозв'язки, найхарактерніші для досліджуваного реального об'єкта [81-87, 89-91]. Разом з тим внаслідок заміни реального об'єкта відповідною йому математичною моделлю стало можливим сформулювати задачу як математичну і скористатися для її розв'язання тим чи іншим математичним апаратом [94-105, 111-112, 115, 152-159].

Алгоритм – це зрозумілий і точний припис (вказівка) виконавцеві здійснювати послідовність дій, що спрямовані на досягнення зазначеної мети або розв'язання поставленої задачі [138-139, 165-167, 183, 199]. Точність розв'язку – це міра близькості чисельного розв'язку до аналітичного. Збіжність розв'язку – це поступове наближення його до точного. Після вибору математичної моделі об'єкта і опису її на алгоритмічній машинній мові здійснюють чисельну реалізацію задачі на комп'ютері [213-221]. При реалізації практичних задач здебільшого застосовують комп'ютери, що виконують від кількох сотень до мільйонів операцій за секунду. Найбільшого застосування в інженерних розрахунках набули

комп’ютери, які мають не тільки високу швидкість обчислень, сучасне програмне забезпечення, але й розвинуту сервісну частину, яка дає можливість оперативно діагностувати похибки, графічно відображати результати обчислень, здійснювати розрахунки в режимі діалогу.